DOCENTES: JOAQUÍN URIBE – ARTURO BLANCO – SANÚBER LÓPEZ – DIEGO CORREA		**NÚCLEO DE FORMACIÓN:** LÓGICO MATEMÁTICO	
GRADO: 8°	**GRUPOS:** 01-02-03-04	**PERIODO:** 1	**FECHA:**
NÚMERO DE SESIONES:		**FECHA DE INICIO:**	**FECHA DE FINALIZACIÓN:**
PRESENCIALES: 2	**VIRTUALES:** 4	**SEMANA:** 9	**SEMANA:** 11
TEMAS: Conjuntos numéricos – Lenguaje Algebraico (monomios y polinomios) – Operaciones entre expresiones algebraicas – Aplicaciones de operaciones con expresiones algebraicas			

PROPÓSITOS DE LA ACTIVIDAD

Al finalizar el desarrollo de la guía, los estudiantes del Grado 8° habrán identificado los diferentes conjuntos numéricos y su aplicabilidad en lo cotidiano, además Interpretaran el lenguaje de expresiones algebraicas, su aplicación en el desarrollo del razonamiento abstracto y el mejoramiento en la interpretación lectora.

ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1: INDAGACIÓN

Recuerda que un conjunto, es una reunión o grupo de elementos de una misma especie

CONJUNTOS

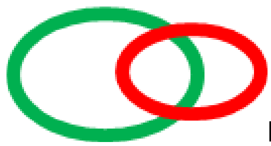
Observa muy bien los siguientes ejemplos: Para cada uno de los siguientes grupos de palabras o frases, se realizará una representación gráfica, que ilustre los grupos de palabras o frases.

1. { Perros } , { Animales } Teniendo en cuenta, que los perros son animales. Posibilidades:

A.
Si crees que todos los animales son perros

B.
Si crees que todos los perros son animales

C.
Si crees que ningún perro es animal, o ningún animal es perro



D. Si crees que algunos perros no son animales y algunos animales no son perros.

Como: **Todos los perros son Animales**. La única opción correcta es la **B**

Nota: Obviamente, se descarta la posibilidad de considerar que los perros sean perros calientes

Si consideras otra solución, diferente a las planteadas, realiza un diagrama aparte y explica tu solución.

En una hoja aparte, realiza al menos otros dos ejemplos, explicando las posibilidades y la solución correcta, similar a los diagramas anteriores **A, B, C y D**

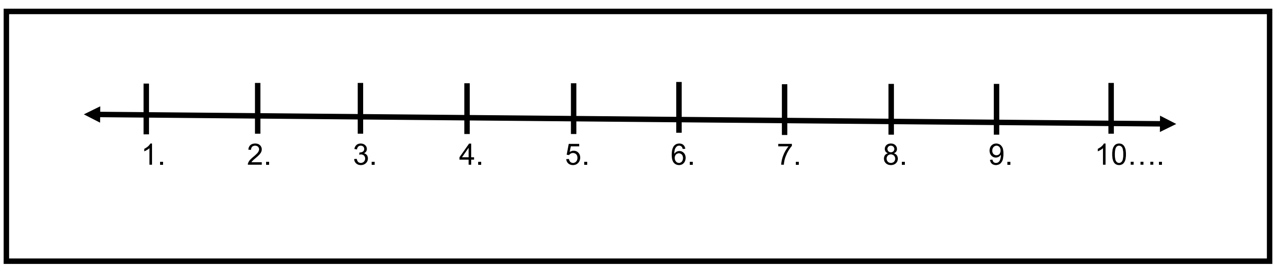
ACTIVIDAD 2: CONCEPTUALIZACIÓN

CONJUNTOS NUMÉRICOS

1. NÚMEROS NATURALES

El Conjunto de números naturales, nos ayuda a contar y ordenar los elementos de un conjunto, se simboliza con la letra N y está conformado por el conjunto:

N = { 1,2,3,4,5, …}. El conjunto de números Naturales, se puede representar por medio de una recta numérica de la siguiente manera:



Orden en los N

Cuando se tienen dos números naturales, se pueden establecer las siguientes relaciones:

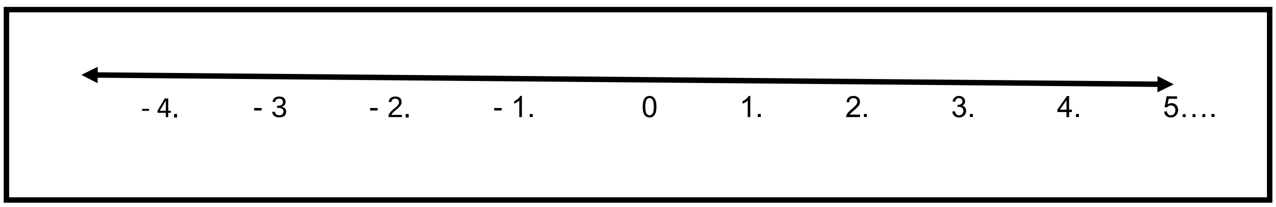
Mayor que: a > b, a mayor que b, cuando a se encuentra a la derecha de b en la recta numérica
Menor que: b < a, b menor que a, cuando b se encuentra a la izquierda de a en la recta numérica.
Igual que: a = b, a igual que b, cuando a y b tienen corresponden al mismo punto en la recta numérica.

2. NÚMEROS ENTEROS

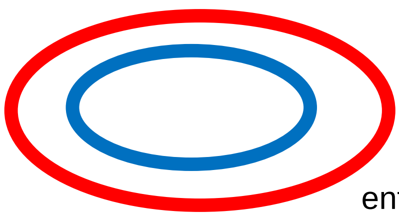
El conjunto de números enteros nace a partir de la necesidad de representar situaciones físicas, que con los números naturales no se puede. Ej representar una temperatura bajo cero, una altitud bajo el nivel del mar, una deuda, etc.

El conjunto de números enteros se representa con la letra Z y está conformada por el conjunto:

Z = { …, - 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3, 4, …}. El conjunto de números Enteros, se puede representar por medio de una recta numérica de la siguiente manera:



Observando los dos conjuntos (N y Z), podemos afirmar, que el conjunto de los números naturales es un subconjunto de los números enteros. En un diagrama de conjuntos, para los conjuntos: { Números naturales } , { Números enteros }. El diagrama sería:



Esto indica que: "Todos los números naturales, son números enteros"

Podemos expresar que: N $\subset$ Z. Se lee: El conjunto de los números naturales, está incluido en el conjunto de los números enteros. Observa, que hay un espacio entre los números naturales y los números enteros, esos números, que están por fuera de los números naturales, pero al interior de los números enteros, son números enteros, pero no son números naturales

<u>Valor absoluto</u>

El valor absoluto de un número es la *distancia* que hay en la recta numérica, entre el número y el cero, en la recta numérica, I a I "Se lee valor absoluto de a" Ej:

I4 I = 4

I-4 I = 4   Observa que el valor absoluto, siempre es positivo. ¿Por qué no puede ser negativo?

<u>Operaciones entre z</u>

Adición: en la suma de dos números enteros se pueden presentar dos casos:

1. Si los números enteros son del mismo signo, se suman sus valores absolutos y al resultado se le deja el signo de los números enteros: 4 + 5 = 9; (-4) +(-5) = -9
2. Si los números enteros son de diferente signo, se restan sus valores absolutos y al resultado se le deja el signo del número entero con mayor valor absoluto. 7 + (-4) = 3; - 23 + 18 = -5.

Sustracción: Una resta se puede convertir a una suma, sumándole al minuendo el opuesto del sustraendo: 6 – 9 = 6 + (- 9) = -3

Multiplicación y división: se pueden presentar dos casos:

1. Cuando el producto o cociente de dos números tienen el mismo signo el resultado de la operación es positivo: (-3) x (-4) = 12
2. Cuando el producto o cociente de dos números tienen diferente signo el resultado de la operación es negativo: - 75 ÷ 15 = -5.

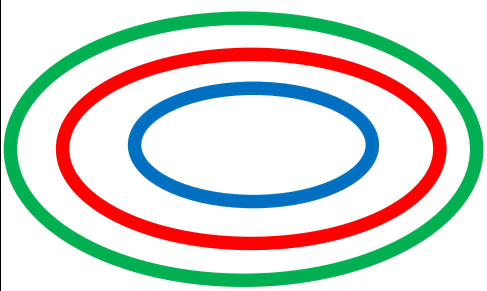
3. NÚMEROS RACIONALES

El conjunto de los números racionales, son aquellos que pueden representarse como cociente de dos **números** enteros. ... El término “**racional**” proviene de razón, como parte de un todo (por ejemplo: “Tocamos a razón de tres por persona”

Los números racionales se simbolizan con la letra Q, son números que se pueden expresar, como el cociente entre dos números enteros, así:

$\frac{a}{b}$, donde a, es el numerador y b, es el denominador

Observando, ahora los tres conjuntos (N, Z y Q), podemos afirmar, que el conjunto de los números naturales es un subconjunto de los números enteros, y ambos son de los números racionales.
En un diagrama de conjuntos, para los conjuntos:
{ Números naturales } , { Números enteros } y { Números racionales }. El diagrama sería:



Esto indica que: “Todos los números naturales, son números enteros y tanto los números naturales, como los números enteros son números racionales”

OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

Adición y sustracción: se tiene en cuenta dos casos

1. Cuando tienen **el mismo denominador**: se suma o resta los numeradores y se deja en el resultado el mismo denominador. Ejemplo: $\frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4}$ Simplificando: $\frac{5}{2}$

2. Cuando tiene **diferente denominador**: Se halla el mínimo común múltiplo de los denominadores, se amplifica cada número para que tengan el mismo denominador y luego se procede momo en el caso uno.

Ejemplo: $\frac{5}{2}$ - $\frac{3}{4}$. Veamos algunas de las formas de realizar esta operación (Suma)

Forma 1). $\frac{5}{2}-\frac{3}{4}=\frac{(5x4)-(3x2)}{(2x4)}$ Se multiplica en forma cruzada y se realiza una resta.

$\frac{5}{2}-\frac{3}{4}=\frac{20-6}{8}$ = $\frac{14}{8}$ Simplificando, se obtiene: $\frac{7}{4}$

Se debe tener en cuenta el orden, de izquierda a derecha y de arriba abajo. En caso de ser una suma, el procedimiento, es similar, pero en este caso, no se resta, se suma

Forma 2) $\frac{5}{2}-\frac{3}{4}$ Se lleva a un mismo denominador, que corresponde al denominador mayor o un múltiplo de estos (Estamos amplificando la fracción). Multiplicando ambos números, tanto el numerador como el denominador). Así: En este caso, en la primera expresión, se multiplican ambos valores por:

$\frac{5}{2}-\frac{3}{4}=\frac{5x2}{2x2}-\frac{3}{4}$ = $\frac{10}{4}-\frac{3}{4}=\frac{10-3}{4}=\frac{7}{4}$

Forma 3) Generalmente, se utiliza cuando se tienen más de 2 fracciones. Veamos:

$\frac{5}{4}-\frac{3}{2}+\frac{5}{6}$ En este caso, se halla el mínimo común múltiplo. Es el mayor de los denominadores o mayor que él, que los divida a todos. Observa que 6x2 = 12 y el 12 divide exactamente a 4, a 2 y a 6. El denominador debe ser 12. ¿Por cuánto debes multiplicar cada fracción? Observa bien el denominador, en todos debe estar el número 12.

$\frac{5}{4}-\frac{3}{2}+\frac{5}{6}$ = $\frac{5x3}{4x3}-\frac{3x6}{2x6}+\frac{5x2}{6x2}$ = $\frac{15}{12}-\frac{18}{12}+\frac{10}{12}$ = $\frac{15-18+10}{12}$ = $\frac{7}{12}$

<u>Multiplicación:</u> Para multiplicar números racionales se multiplican numeradores y denominadores entre sí. Ejemplo: $\frac{5}{4}x\frac{7}{6}$ = $\frac{5x7}{4x6}=\frac{35}{24}$ Se pueden también simplificar, numeradores y denominadores, entre si es posible. Observemos:

$\frac{5}{4}x\frac{2}{6}x\frac{8}{15}$ Se pueden simplificar, el 2 con el 4, el 5 con el 15 y el 8 con el 6. Quedaría:

$\frac{1}{2}x\frac{1}{3}x\frac{4}{3}$ Aún podemos simplificar de nuevo el 4 y el 2. Así: $\frac{1}{1}x\frac{1}{3}x\frac{2}{3}$ Realizando la multiplicación, obtenemos: $\frac{1x1x2}{1x3x3} = \frac{2}{9}$

División: El cociente entre dos racionales equivale al producto del primer número por el recíproco del segundo. Ejemplo: $\frac{5}{4}\div\frac{7}{3}=\frac{5}{4}x\frac{3}{7}=\frac{5x3}{4x7} = \frac{15}{28}$. También se puede hallar el resultado de la división, multiplicando en forma cruzada, Piensa como se realizaría, ¿y por qué?
En la división, es posible también simplificar, numeradores o denominadores entre si si es posible.

Veamos: $\frac{10}{4}\div\frac{5}{8}$ En ambos numeradores, se simplifica, dividiendo por 5 y en los denominadores, se simplifica, dividiendo por 4. Quedaría: $\frac{2}{1}\div\frac{1}{2} = \frac{2}{1}x\frac{2}{1} = \frac{2x2}{1x1}=\frac{2}{1}=2$

4. NÚMEROS IRRACIONALES

Se simbolizan con la letra I y está conformado por los números decimales infinitos no periódicos como por ejemplo:

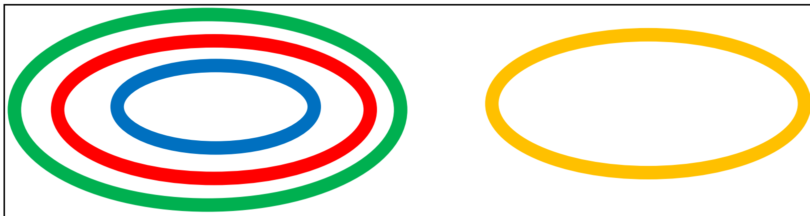
$\sqrt{3}$ =1,73205...; $\sqrt{5}$ =2,23606...; $\sqrt[3]{2}$ = 1,2599...; log 2 = 0,30102... π = 3,14159...

Los **números irracionales** no pueden expresarse exactamente **en** forma de fracción común o decimal, aunque pueden calcularse **con** los **decimales** que se deseen.

No son **decimales** periódicos ni semiperiódicos. Ejemplos de **números irracionales**: √2, √3, √5, √6, √7, √**8**, √10, etc... También están en este conjunto las expresiones π, e. Consulta porqué, estas expresiones corresponden a números irracionales, ¿y de donde se originan y dónde se aplican?

Observando, ahora los cuatro conjuntos (N, Z, Q e I), podemos afirmar, que el conjunto de los números naturales es un subconjunto de los números enteros, y ambos son conjuntos de los números racionales, pero el conjunto de los números irracionales, es un conjunto aparte. El diagrama sería:

rama de conjuntos, para los conjuntos:
{ Números naturales } , { Números enteros } , { Números racionales } { Números irracionales]. El diagrama sería:



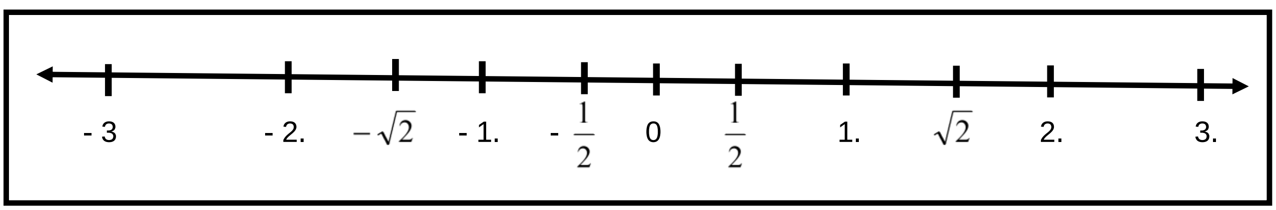
Esto indica que: “Todos los números naturales, son números enteros y tanto los números naturales, como los números enteros son números racionales , no hay ningún número irracional que sea número natural, número entero, número racional ”

Consulta las propiedades de los números irracionales y realiza algunas operaciones entre ello.

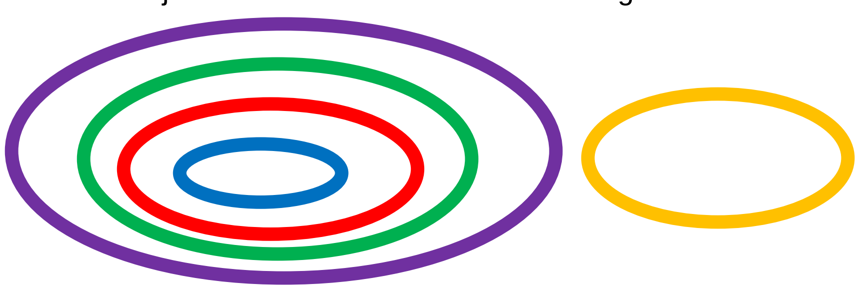
5. NÚMEROS REALES.

El conjunto formado por los números irracionales más los números racionales, conforman el conjunto de los números Reales que se simboliza con la letra R.

Se pueden representar en una recta numérica:



Observando, ahora los cinco conjuntos (N, Z, Q, I, R), podemos afirmar, que el conjunto de los números naturales es un subconjunto de los números enteros, y ambos son conjuntos de los números racionales, pero el conjunto de los números irracionales, es un conjunto aparte. Pero todos ellos pertenecen al conjunto de los Números reales. El diagrama sería:



<u>LENGUAJE ALGEBRAICO (MONOMIOS Y POLINOMIOS)</u>

El lenguaje algebraico consta principalmente de las letras de alfabeto y algunos vocablos griegos y su principal función, es estructurar un idioma que ayude a generalizar las diferentes operaciones básicas, por ejemplo: si queremos sumar dos números cualesquiera basta con decir a + b; donde la letra a indique que es un número cualquiera de la numeración que conocemos, b de la misma manera que a significa un número cualquiera de la numeración.

El lenguaje algebraico ayuda mantener relaciones generales para razonamiento de problemas a los que se puede enfrentar cualquier ser humano en la vida cotidiana.

Lenguaje Algebraico:

Para poder manejar el lenguaje algebraico es necesario comprender lo siguiente:

♣ Se usan todas las letras del alfabeto.

♣ Las primeras letras del alfabeto se determinan por regla general como constantes, es decir, cualquier número o constante como el vocablo pi.

♣ Por lo regular las letras X., Y y Z se utilizan como las incógnitas o variables de la función o expresión algebraica.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Es la combinación de números (coeficientes), letras (variables - literal) y signos (positivos o negativos). Las expresiones algebraicas nos permiten traducir a las expresiones del lenguaje matemático del lenguaje habitual.

Coeficiente $5k^3$ Exponente

Parte literal

<u>Operaciones con Lenguaje Algebraico</u>:

Aquí se presentan los siguientes ejemplos, son algunas de las situaciones más comunes que involucran los problemas de matemáticas con lenguaje algebraico; cualquier razonamiento extra o formulación de operaciones con este lenguaje se basa estrictamente en estas definiciones:

♣ un número cualquiera se puede denominar con cualquier letra del alfabeto, por ejemplo: a = un número cualquiera b = un número cualquiera c = un número cualquiera ... y así sucesivamente con todos los datos del alfabeto.

♣ la suma de dos números cualesquiera a+b = la suma de dos números cualesquiera x+y = la suma de dos números cualesquiera

♣ la resta de dos números cualesquiera a-b = la resta de dos números cualesquiera m-n = la resta de dos números cualesquiera

♣ el semiproducto de dos números cualesquiera (ab)/2= el semiproducto de dos números cualesquiera

Ejemplo Los siguientes son ejemplos de las expresiones algebraicas más usadas, en forma verbal y escrita:

La suma de dos números a + b

La resta o diferencia de dos números x – y

El producto de dos números ab

El cociente de dos números x/y

El cociente de la suma de dos números, sobre la diferencia a+b/a-b

El doble de un número 2x

Observación:

- Si en una expresión algebraica existen paréntesis dentro de otros, se empiezan a eliminar desde **el más interior**.

Ejemplo:

$$m^2 - \{-7mn + [-n^2 - (m^2 - 3mn + 2n^2)]\} =$$
$$m^2 - \{-7mn + [-n^2 - m^2 + 3mn - 2n^2]\} =$$
$$m^2 - \{-7mn \quad -n^2 - m^2 + 3mn - 2n^2\} =$$
$$m^2 + 7mn + n^2 + m^2 - 3mn + 2n^2 = 2m^2 + 4mn + 3n^2$$

Ejercicios: (desarrolla en tu cuaderno)

1) $-4-(x-y)-5+(x+3y)-2-\{x-3y+5-[-x+y-1+2+(x-y)]\}=$

2) $-\{+[(x-y+z)]\}+\{-[(z+x-y)]\}-[\{-(x+y)\}]=$

Ejemplo de valor numérico:

Si x = 2 , y = - 1 Calcular el valor numérico, de la expresión: $5x^2y - 8xy^2 - 9y^3$

SOLUCIÓN:

$$5x^2y - 8xy^2 - 9y^3 = \underbrace{5\cdot 2^2\cdot(-1)}\underbrace{-8\cdot 2\cdot(-1)^2}\underbrace{-9\cdot(-1)^3}$$

$$= \underbrace{5\cdot 4\cdot(-1)}\underbrace{-8\cdot 2\cdot 1}\underbrace{-9\cdot(-1)} =$$

$$= -20 - 16 + 9 = \boxed{-27}$$

Es el valor numérico

CLASIFICACIÓN DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

MONOMIOS:

Es una expresión algebraica, compuesta por un solo termino, este término tiene un coeficiente (correspondiente a un número real), una parte literal (puede ser con una sola letra o más) un exponente (corresponde a un número racional, si el exponente es uno, no es necesario escribirlo) los elementos no están separados por los signos de las operaciones suma y resta Ejemplos:

$3K^2$, $5X$, $2N^2X^5Y^3$

Monomios semejantes: Son aquellos que tienen la misma parte literal, con los mismos exponentes.
Monomios iguales: Además de ser semejantes tienen idéntico coeficiente.
Monomios opuestos: Son iguales y con el signo del coeficiente cambiado.
Grado de un monomio: es igual al balance de los exponentes de su parte literal, es decir, la suma de todos los exponentes de la parte literal, éstos con su signo y puesta toda la parte literal en el numerador del monomio.
Valor numérico de un monomio: es el que se obtiene, al sustituir las variables por valores numéricos concretos y realizar las operaciones indicadas.
Ejemplo: Sea el monomio $5x^2$, su valor numérico para x = 3 es: $5\cdot(3)^2 = 5\cdot 9 = 45$

Operaciones con monomios:

1. Suma y resta: solo se pueden sumar o restar monomios semejantes.
La suma o resta de dos o más monomios semejantes es otro monomio semejante a los anteriores y que tiene por coeficiente la suma o resta de los coeficientes de cada monomio.

Si no son semejantes se deja la operación indicada obteniéndose una nueva expresión conocida como polinomio.

- Ejemplo: monomios $4x^3$; $-3x$; $5x^2$

  Suma $4x^3 - 3x + 5x^2 = 4x^3 + 5x^2 - 3x$. Veremos que la ordenación en sentido decreciente es la forma más adecuada de presentar y operar con los polinomios.

Multiplicación: para multiplicar monomios, no es necesario, que sean semejantes.

La multiplicación o producto, entre dos o más monomios es otro monomio que tiene por coeficiente el producto de los coeficientes y por parte literal el producto de dichas partes literales, el grado final será igual a la suma de los grados de cada uno de los monomios De modo práctico:

$$3x^4 \cdot \frac{1}{2}y^2 \cdot \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} = \frac{\cancel{3}\cdot \overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{2}\cdot \cancel{3}} \cdot x^{4+\frac{3}{2}} \cdot y^2 = 2 \cdot x^{\frac{11}{2}} \cdot y^2$$

Potenciación: para calcular la potencia de un monomio, basta con aplicar las propiedades de las potencias, como son, la potencia de un producto y de un cociente y la potencia de una potencia.

La potencia de un monomio, es otro monomio que tiene por coeficiente la potencia del coeficiente dado y por parte literal la misma elevada al producto de los exponentes.

De modo práctico:

$$\text{monomio } \frac{2}{3}\cdot x^5 \cdot y^3 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\cdot x^5 \cdot y^3\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(x^5\right)^3 \cdot \left(y^3\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}\cdot x^{15} \cdot y^9 = \frac{8}{27}\cdot x^{15}\cdot y^9$$

POLINOMIOS:

Expresión algebraica formada por la suma o resta de dos o más monomios no semejantes. Cada uno de esos monomios se denomina término.

Grado de un polinomio: es igual al grado del término de mayor grado.

Clasificación de los polinomios:

Por el grado: pueden ser de primero, segundo, tercero, etc. .... según el grado del término de mayor grado.

Por el número de términos: de un término (monomio), de dos términos (binomio), de tres términos (trinomio), etc. ....

Forma usual: indicamos el grado y el número de términos.

Número de términos de un polinomio: un polinomio se dice que es completo cuando tiene todos los términos que le corresponden, pero, ¿Cuántos términos le corresponden a cada polinomio?

El número de términos que debe tener un polinomio es igual al grado más uno. Así:

Primer grado $\Rightarrow$ dos términos $a_1x + a_0$.

Segundo grado $\Rightarrow$ tres términos $a_2x^2 + a_1x + a_0$.

Tercer grado $\Rightarrow$ cuatro términos $a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$.

Fíjate, en los ejemplos anteriores, que los términos se suelen ordenar siempre de mayor a menor grado (forma decreciente).

Otra forma de clasificarlos es:

Completos: cuando poseen todos los términos que corresponden a su grado.

Incompletos: cuando falta algún término de los que le corresponden por su grado.

Así pues y de forma usual, para el siguiente ejemplo, diríamos, polinomio incompleto de cuarto grado y tres términos, o simplemente, polinomio de cuarto grado incompleto, $\frac{3}{4}x^4 - 5x + 2$

IMPORTANTE: cuando trabajemos con polinomios, lo primero que hay que hacer es ordenarlos en sentido decreciente, luego reducir términos semejantes, y por último, aunque no siempre es necesario, completarlos con ceros, en el caso de que no sean completos.

Ordenación: consiste en colocar los términos unos a continuación de otros guardando el orden del grado del mismo.

Reducción de términos semejantes: consiste en sumar o restar todos los términos semejantes que se encuentren en la expresión.

Complitud: consiste en intercalar términos con coeficiente nulo allí donde falte el término del grado que corresponda.

Ejemplo:

$P_5(x) = 2x^2 - 5x^4 + x + 3x + 1 + x^5 - 3x^3 - 3$

- $x^5 - 5x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x + 3x + 1 - 3$
- $x^5 - 5x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 4x - 2$
- Es un polinomio de quinto grado completo.

$P_5(x) = \frac{3}{2}x^5 - 2x + 3x^3$

- $\frac{3}{2}x^5 + 3x^3 - 2x$
- No hay términos semejantes que reducir.
- $\frac{3}{2}x^5 + 0x^4 + 3x^3 + 0x^2 - 2x + 0$, ya que por ser de quinto grado ha de tener seis términos, le faltaban tres que hemos completado con ceros.

Valor numérico de un polinomio: al igual que para los monomios, es el que se obtiene tras sustituir la variable por un valor numérico concreto y realizar las operaciones indicadas.

Ejemplo, sea el polinomio $R_3(x)=4x^3-2x^2+x$, el valor numérico para x = 2 es $R(2)=4\cdot 2^3-2\cdot 2^2+2=32-8+2=26$

Operaciones con polinomios:

Suma y resta: como un polinomio no es más que la suma o resta indicada de varios monomios no semejantes, sumar dos o más polinomios consiste en localizar los términos semejantes que hay entre todos ellos y reducirlos.

Para evitar confusiones, lo más importante, es organizar bien la suma, para ello se pueden hacer dos cosas; pero ambas requieren de un paso común, ordenar (en sentido decreciente) todos los polinomios, que intervengan.

Ejemplo:

Sean los polinomios:

$$P_4(x)=2x^2-5x^4+3x+1 \Rightarrow P_4(x)=-5x^4+2x^2+3x+1$$

$$Q_5(x)=x^5-3x^3+x-3 \Rightarrow Q_5(x)=x^5-3x^3+x-3$$

$$R_3(x)=x-2x^2+4x^3 \Rightarrow R_3(x)=4x^3-2x^2+x$$

Una vez ordenados podemos hacer dos cosas:

1° Colocarlos uno encima del otro, como si fueran números, haciendo coincidir los términos correspondientes de cada grado y sumar monomio a monomio.

$$\begin{array}{cccccc}
0x^5 & -5x^4 & +0x^3 & +2x^2 & +3x & +1 \\
x^5 & +0x^4 & -3x^3 & +0x^2 & +x & -3 \\
0x^5 & +0x^4 & +4x^3 & -2x^2 & +x & +0 \\
\hline
x^5 & -5x^4 & +x^3 & +0x^2 & +5x & -2
\end{array}$$

Luego: $P_4(x)+Q_5(x)+R_3(x)=x^5-5x^4+x^3+5x-2$

2° Más recomendable, para ir más rápidos, abrir un paréntesis y colocar dentro de él todos los coeficientes, con su signo, de los términos correspondientes al mayor grado de todos ellos, luego cerrarlo y multiplicarlo por la parte literal correspondiente y así termino a término.

Por último, realizar las operaciones dentro del paréntesis.

$$P_4(x)+Q_5(x)+R_3(x)=x^5-5x^4+(-3+4)\cdot x^3+(2-2)\cdot x^2+(3+1+1)\cdot x+(1-3)=$$

$=x^5-5x^4+x^3+5x-2$, que es el mismo resultado de antes.

El grado del polinomio suma siempre es igual o menor que el grado del polinomio sumando de mayor grado.

Multiplicación: para multiplicar polinomios da igual que sean o no del mismo grado, que estén o no completos, que estén o no ordenados, etc. ... lo verdaderamente importante es seguir el orden de la multiplicación con rigor.

El producto de dos o más polinomios, es otro polinomio que tiene por grado final la suma de los grados de cada uno de los polinomios factores. Así, el producto de dos polinomios de grado 5 y 7 da como resultado un polinomio de grado 12

Orden de multiplicación:

Es conveniente, aunque no necesario, ordenar (en sentido decreciente) los polinomios factores.

Se puede multiplicar en cualquier sentido, de derecha a izquierda o de izquierda a derecha, pero siempre es más conveniente multiplicar el de menos términos por el de más términos.
La multiplicación se va haciendo por partes, el primer término de uno de los factores por todos los términos del otro, sumar luego el producto del segundo de los términos multiplicado por todos los términos del segundo, y así sucesivamente hasta agotar todos los términos del primer factor
Por último se reducen todos los términos semejantes y se ordena el polinomio resultante.

Ejemplos:

Ejemplo 1.- Monomio por polinomio: $2x^3\cdot(5x^2-4x+8)=10x^5-8x^4+16x$
Ejemplo 2. Polinomio por polinomio:

Sean los polinomios: $\begin{cases} P_3(x) = 2x^2 + x^3 + 1 \\ Q_2(x) = x^2 + 3x + 4 \end{cases}$

Ordenamos: $\begin{cases} P_3(x) = x^3 + 2x^2 + 1 \\ Q_2(x) = x^2 + 3x + 4 \end{cases}$

Uno es de tercer grado y el otro de segundo, luego el producto va ha ser de quinto grado. Como ambos tienen el mismo número de términos, da igual el orden en que hagamos el producto.

$P \cdot Q = x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 2x^4 + 6x^3 + 8x^2 + x^2 + 3x + 4$

Reducimos términos semejantes y ordenamos el resultado:

$P \cdot Q = x^5 + (3+2)x^4 + (4+6)x^3 + (8+1)x^2 + 3x + 4 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 9x^2 + 3x + 4$

Multiplicando al revés:

$Q \cdot P = x^5 + 2x^4 + x^2 + 3x^4 + 6x^3 + 3x + 4x^3 + 8x^2 + 4$

Reducimos términos semejantes y ordenamos el resultado

$Q \cdot P = x^5 + (2+3)x^4 + (6+4)x^3 + (1+8)x^2 + 3x + 4 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 9x^2 + 3x + 4$.

Ejemplo 3. Polinomios en línea:

$$(4x - 3x^3 + 2x^2 - 1) \cdot (4x + 2x^2 + 3) = (-3x^3 + 2x^2 + 4x - 1) \cdot (2x^2 + 4x + 3)$$

Multiplicaremos de derecha a izquierda por tener el segundo factor menos términos:

$$(-3x^3 + 2x^2 + 4x - 1) \cdot (2x^2 + 4x + 3) = -6x^5 + 4x^4 + 8x^3 - 2x^2 - 12x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 4x -$$

$$-9x^3 + 6x^2 + 12x - 3 = -6x^5 + (4-12)x^4 + (8+8-9)x^3 + (-2+16+6)x^2 + (-4+12)x - 3 =$$

$= -6x^5 - 8x^4 + 7x^3 + 20x^2 + 8x - 3$, que es el resultado final.

División: para dividir polinomios el grado del polinomio divisor ha de ser igual o menor que el del polinomio dividendo.

El cociente de dos polinomios es otro polinomio que tiene por grado final la diferencia de los grados del dividendo menos el del divisor

El resto es también un polinomio cuyo grado ha de ser menor que el del divisor, y se cumple siempre la máxima:

Cuando hagamos divisiones, siempre ordenar (en sentido decreciente) y completar con ceros, tanto el polinomio dividendo como el divisor.

Es una expresión algebraica, compuesta por dos o más monomios, A cada monomio se le llama término del **polinomio**. Si tiene dos **términos** se llama binomio; si tiene tres, trinomio; si tiene cuatro, cuatrinomio, etc. Ejemplos:

$3K^2$, $5X$, $2N^2 X^5 Y^3$

ACTIVIDAD 3: APLICACIÓN Y EVALUACIÓN

Realice los siguientes ejercicios:

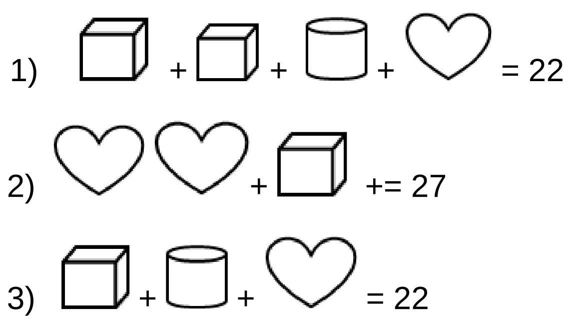
1. Escribe F o V, según que el enunciado sea Falso o Verdadero. Explique su respuesta:
   a) Todo número real es número entero
   b) Ningún número irracional es racional
   c) Todos los números enteros son números naturales
   d) Algunos números reales son números racionales

2. En los siguientes casos reduce términos semejantes, ordena y completa con ceros.

a) $3x^2 - 4x^5 + 3x^4 - x^3 - 3 - x$ b) $6x^5 - 2x + 3x^3 - 12 - 5x^4$

c) $3x^4 - 5x^2 + 2x^4 + 6x - 7 + x^2 - 5x - 4 - 5x + 2 + 7x^2$

3. Observe las siguientes equivalencias, compuestas por cubos, cilindros y corazones:



Si a cada cubo, le asignamos **x ,** a cada cilindro, le asignamos **y** y a cada corazón **z**

a) Escriba las tres expresiones algebraicas correspondientes
b) Trate de hallar los valores, para cada figura (o sea para **x**, **y**, **z**).
c) Si lo resuelve, explique qué procedimiento realizó

4. Dadas las expresiones:

$$\begin{cases} P\ (x) = 2x^5 \\ Q\ (x) = \frac{2}{3}x^3 \end{cases}$$

Realice las siguientes operaciones:

a) $P(x) + Q(x)$
b) $P(x) - Q(x)$
c) $P(x)\ x\ Q(x)$
d) $P(x) \div Q(x)$

5. Dadas las expresiones:

$$\begin{cases} P\ (x) = 2x^3 + 2x^2 - 3x \\ Q\ (x) = \frac{2}{3}x^3 - 5x + 4 \end{cases}$$

Realice las siguientes operaciones:

a) $P(x) + Q(x)$
b) $P(x) - Q(x)$
c) $P(x)\ x\ Q(x)$
d) $P(x) \div Q(x)$

Trata de hallar los valores numéricos para cada figura, de tal manera, que se cumpla la igualdad

6. Consulta. Qué son medidas de tendencia central. Y construye un ejemplo, donde incluyas cada una de ellas

FUENTES DE CONSULTA

https://www.biblored.gov.co/sites/default/files/BRencasa/RecursosEstudioCasa/Secundaria/Grado8/Grado8_Matematicas.pdf

https://www.uaa.mx/centros/cem/dmf/wp-content/uploads/2015/02/1.-El-lenguaje-algebraico.pdf

http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_1eso_expresiones_algebraicas/1quincena7.pdf

Correa, Diego y otros. Módulo + Profes. 2012. Editor: Fundación Oscarez.